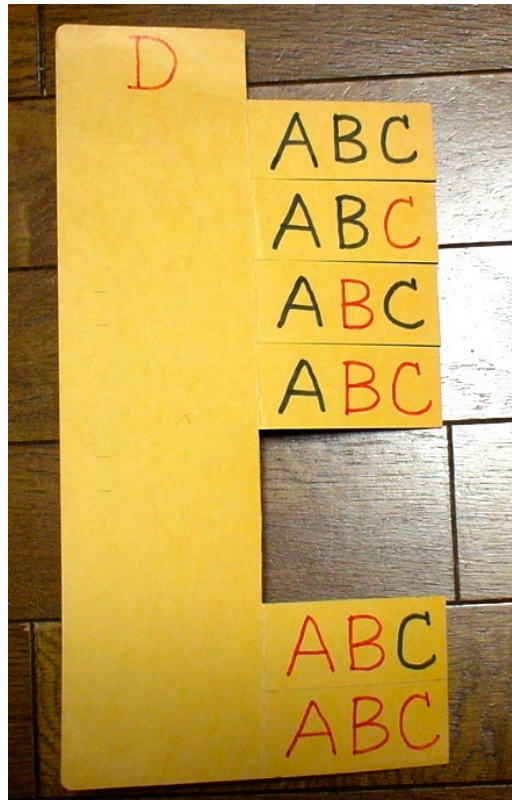


PhilSci Newsletters No. 10

Editor Ucci Uccini

「論理的センスを身につけよう」の二回目、「ならば」を使いこなす訓練です。「ならば」のエッセンスを理解し、ヴェン図形やジェヴォンズ由来の「論理尺」(写真)を使って、情報入力や推論の練習をおこないます。写真の状態は、「BならばA」を入力したところ。情報によって可能性を消していく「消去による推理」は、シャーロック・ホームズの得意技。



Who's afraid of "if...then"? Once you understand the essence of "if...then", logical inferences become quite easy. We will employ the discoveries of some logicians in the 19th century.

No. 10, May 9, 2009

Let us Polish our Logical Sense, (2) Who's Afraid of "If ... Then"?

by Ucci Uccini

論理的センスを身につけよう

第2回 「ならば」を使いこなす

(1) 多くの格言は「ならば」で表現できる

「飲むなら乗るな、乗るなら飲むな」

「良薬は口に苦し」(よい薬であるならば苦い)

「弘法も筆の誤り」

最後の「弘法も筆の誤り」には「ならば」がないではないか、と思うかもしれませんが、確かに、表面的には「ならば」は見えないのですが、次のように書きかえてみると、「ならば」との関係が見えてきます。まず、次の文章から出発してみます。

(A) 「弘法大師であるならば、筆を誤ることはない」

これは一つの「ならば」ですね。さて、これの全体を否定すればどうなるでしょうか？普通の方々は一瞬ととまどうでしょう。もう一工夫。

(B) 「弘法大師であるならば、筆を誤ることは決してない」

この(B)は、普通の日本語では「弘法大師は決して筆を誤らない」と表現されるでしょう。主語を表す「は」は、たいていの場合「ならば」だと見なして差し支えないのです。それにしても、これの全体を否定するとは？まだ困る人も多いでしょうね。そこで、第1回目のお話で強調したことを思い出していただきます。「論理の本質は二分法にあり」でした。「乗るなら飲むな」に違反するのは「乗る&飲む」でしたね。

肯定	飲む	乗る
否定	飲まない	乗らない

それと同じで、(B)にも同じように二分法を適用してみます。

肯定	弘法大師である	筆を誤ることがある
否定	弘法大師でない	筆を誤ることは決してない

そうすると、(B)が成り立たない条件が見えてきます。それが、(B)の全体を否定する条件、ということにほかなりません。それは、「弘法大師であって、筆を誤ることがある」という条件です。これを手短かに言い換えると、「弘法も筆の誤り」となりますね。以上から結論できるのは、(A)、またはそれと同じことを言う(B)を否定すると、その否定文の内容は、「弘法も筆の誤り」ということわざに一致するという事です。つまり、このことわざは「ならば」の否定だったのです。

(2)「ならば」のエッセンス

「ならば」の否定を理解したところで、一気に「ならば」の本質に迫りましょう。「良薬は口に苦し」、言い換えると「よい薬であるならば苦い」という「ならば」を例として考えてみましょう。たくさんの素人の方々は、「ならばで表される文章は、どんなときにホンマになるんや？」と問いを立てて、こんがらがってしまうことが多いようです。ここは、発想の転換を図らなければなりません。「ならばはどんなときにウソになるんや？」と、問いかけを逆転させると「ならば」の本質が見えやすくなるのです。

さて、「良薬は口に苦し」、どんなときにウソになりますか？「飲むなら乗るな」という標語をまた思い出してください。酒を飲んで車に乗ったとき、この禁止に背いたこととなります。それと同じで、良薬であって、口に苦くないものに出会ったとき、この格言はウソだったこととなります。つまり、「AならばB」という「ならば」は、前Aがホントで後ろBがウソのとき、全体がウソになる

のです。これさえ知っておけば、「ならば」はちっとも怖いことはありません。

さっき説明したばかりの「弘法も筆の誤り」を覚えておけば、これが実は「ならば」のエッセンスを表現するものだったのです。「ならば」の否定と、「ならば」をウソにする条件とはまったく同じです。

(3) 二分法には別の表現がある

これまで、二分法の適用には二行かける二列の表を使ってきましたが、丸を使ってやる方法もあります。古くは、18世紀の数学者のレオンハルト・オイラー（1707-1783）が使い、19世紀イギリスのジョン・ヴェン（1834-1923）という論理学者が改善しました。まず、話題にする可能性全体を大きな四角を描いて表しましょう。これはまだ「ノッペラポー」で区別のない世界です。

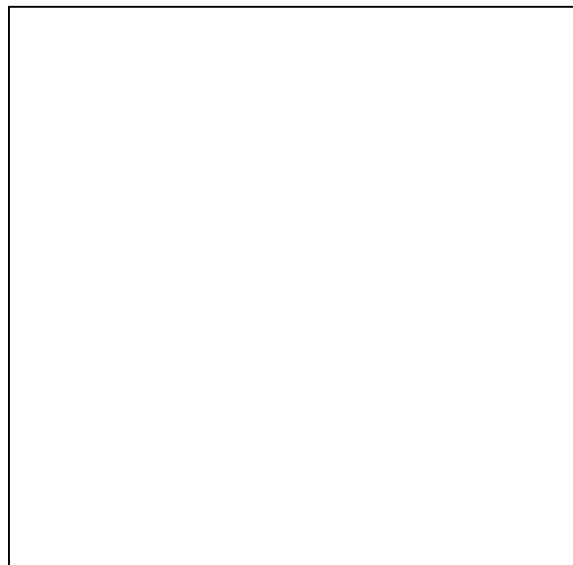


図1 すべての可能性

この四角の中に丸を一つ書くと、前回やったように区別が生まれ、丸の外と中の二つの領域ができます。これは論理の本質、二分法の適用ですから、中を「A」、外を「Aでない」と区別することにします。Aの内容は何でもかまいません。ホントかウソになりうる内容だというのが唯一の条件です。論理の題材は、「何でもあり、自由だ!」という、制限のない、ものすごく気楽なところがすばら

しいでしょう！

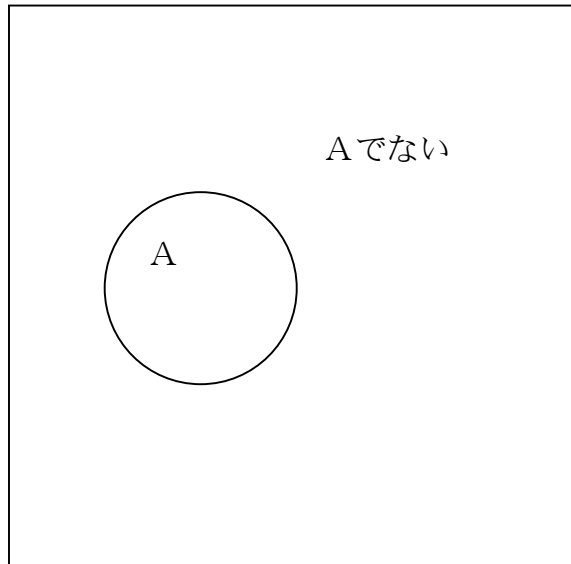


図2 可能性を二分する

では、もう一つ丸を書いて別の区別を持ち込むとどうなるでしょうか。実は、ここであなたの論理的センスが問われるのです。無頓着な人は、

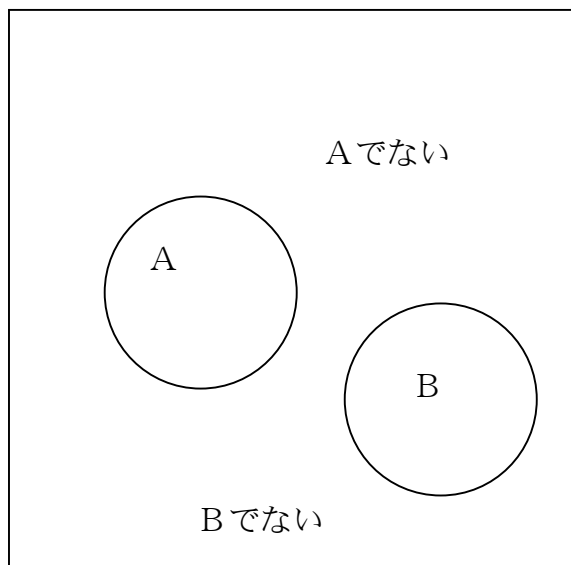


図3 二つの区別を持ち込むと？

と描いて、「これでいい、何か文句でもあるか！」という顔をしてしまいます。どこがおかしいと思いませんか？わかりにくければ、具体的な例を当てはめてみればよいのです。どこがおかしいかすぐにわかります。これも、論理的センスを磨く上で大変役立つ教訓ですから、よく覚えておいて、実践してみてください。例えば、

A：弘法大師である

B：筆を誤る

としてみましよう。先の、肯定・否定の二分法では、四つの可能性が生まれて区別されました。ところが、図3では、大きな四角の中に三つの領域しか区別されていません。「Aでない（弘法大師でない）」と「Bでない（筆を誤らない）」とが一緒くたにされて、区別されていないのです。図3が表しているのは、「AはBでない」あるいは「BはAでない」ということだけで、「AとBが一致することもある」という可能性を消してしまっています。

シャーロック・ホームズは、人間の頭を「小さな屋根裏部屋」と喩えましたが、ホームズは自分の「屋根裏部屋」をきちんと整理して、要るものはいつでも取り出せるようにしていたのです。しかし、図3のような整理の仕方では、二つの丸の外側から、「Aでない」を取り出せばいいのか、「Bでない」を取り出せばいいのか、わからなくなってしまう。

ここまで言えばわかってきたでしょう。四つの領域が区別されなければならないのですから、二つの丸を分離してしまっはいけないのです。分離してしまうと、「二つの丸が交わる」という可能性を初めから排除してしまうことになります。場合によっては、この可能性が事実として消えることはありうるとしても、初めから消してしまっは「論理に背く」ことになります。どこかの領域が空っぽになるのなら、その領域をあらかじめ書いておいた上で、あとから「そこは空っぽで消えている」と言えばよい。そこで、正しい図は次のようになります。これが、二つの区別を組み合わせるときの「ヴェン図形」です。

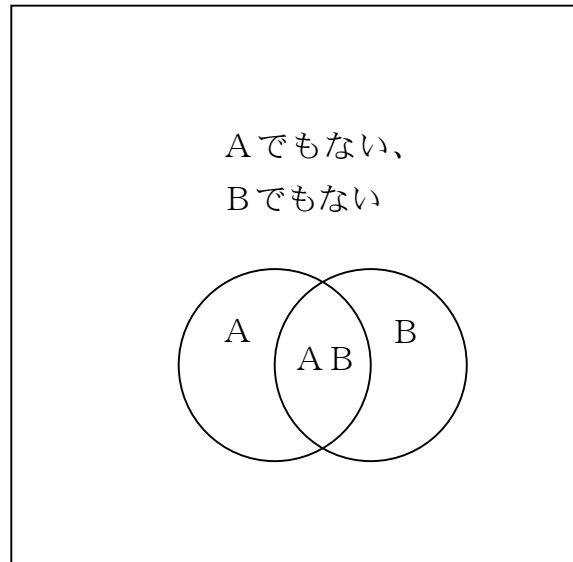


図4 ヴェン図形は四つの可能性を区別する

そこで、弘法大師の例に戻りましょう。「弘法も筆の誤り」は、この四つの領域のどこに対応しているのでしょうか。「弘法大師であって筆を誤る」のですから、A Bのところホントになりますね。そして、ここだけでホントになりますね。

(4) ヴェン図形で「ならば」のエッセンスを見る

そこで、「ならば」のエッセンスに話を戻しましょう。「弘法大師であるなら(決して)筆を誤らない」という「ならば」のエッセンスは、「弘法も筆の誤り」の可能性を排除することにあります。だから、「弘法も筆の誤り」ということわざがその「ならば」の否定に等しかったのです。そして、これは「ならば」に限らず一般に言えることですが、あることAを主張するとき、そのエッセンスは、「Aでない」ことを排除していることにあります。ある情報の値打ちは、それが正しければ、たくさんのことが考える必要のないものとして排除され、考えるのが容易になることにあります。情報量が多いということは、思考の手

間を大幅に省いてくれるということ。だからありがたいのです。

例えば、知人が「明日お宅に伺います」と言って、うっかり「ではお待ちしております」なんて約束すると、どうなりますか？「明日来る」といっても、何時に来るかわからないのでは困ります。朝から晩まで待つ用意をしなければならないでしょう。これに対し、「明日午後一時にお宅に伺います」と言ってくれば、大幅に手間が省けます。午後一時までは自由で拘束されないのですから。この簡単な例で、「情報量」のエッセンスまでわかってしまいます。情報の量とは、その情報が排除する可能性の大きさのことです。人生、肯定的（ポジティブ）に生きるのはエエことですが、論理や情報のエッセンスを見るには、否定的（ネガティブ）なところに着目せなアカン、ちゅうことです。これがしっかりわかって、実生活でも実践できるようになると、あなたの論理的センスも「なかなかのもの」になってきます。

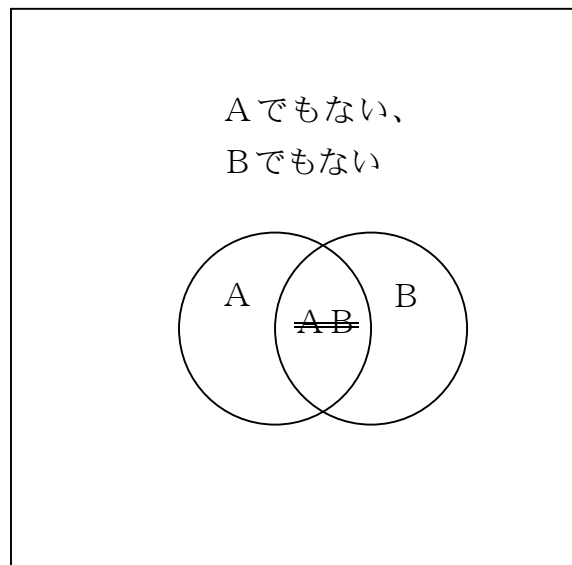


図5 「Aならば、Bでない」 \Leftrightarrow (A B) ではない

以上のように、「Aならば、Bでない」のエッセンスがA Bの可能性を排除することにあることがわかれば、後は簡単です。「AならばB」のエッセンスは、同様にして、AであってBでない、という可能性を排除することにあります。図6を見てください。

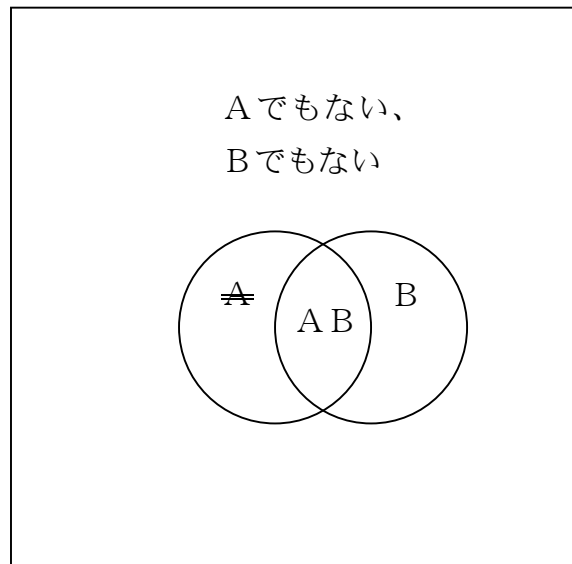


図6 「AならばB」 \Leftrightarrow (AであってBでない) でない

(5) 違う可能性には違う名前を美しくつける

これでヴェン図形のエッセンスはほぼ終わりなのですが、もっと見てくれをよくし、わかりやすくするために、図を三つの区別の組み合わせにまで拡張し、それぞれの可能性の領域に一義的な名前がつくようにしてみましょう。「見てくれなんかどうでもよくて、中身が勝負だ」と声高に言い張る人は、たいてい中身が貧弱です。論理学を長年教えていて気づいたことは、ノートやレポートが汚くて見てくれの悪い場合、たいてい中身もスカタンのことが多いのです。なぜかという、内容がきちんと整理されていないから見てくれも汚い、ということのようです。

それはともかく、内容をきれいに整理して見てくれもよくするという課題、次の簡単なルールでそれが可能になります。

(1) まず、Aであるか、Aでないかを表現するために、黒字と赤字

を使い分けます。Aは「Aである」という肯定を、 \bar{A} は「Aでない」という否定を表します。

- (2) 次に、「Aであって、かつBでもある」という、二つの条件がともに成り立っていることを簡明に表すために、「AB」と二つをくっつけた表現を使います。一方が成り立ち、他方は成り立たないことも、(1)の赤字表現を使って「A \bar{B} 」と書けます。三つ以上の区別でも、いくらでもかけますが、ここでは三つまで書ければ十分です。例えば、「A \bar{B} C」は、「AであってBでなく、Cである」ことを表します。

以上のルールを適用して三つの区別の組み合わせを描くと、標準的なヴェン図形となります。

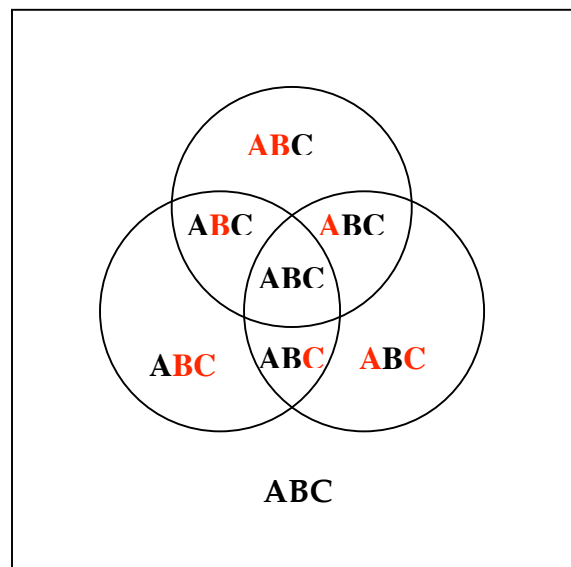


図7 三つの区別を組み合わせたヴェン図形

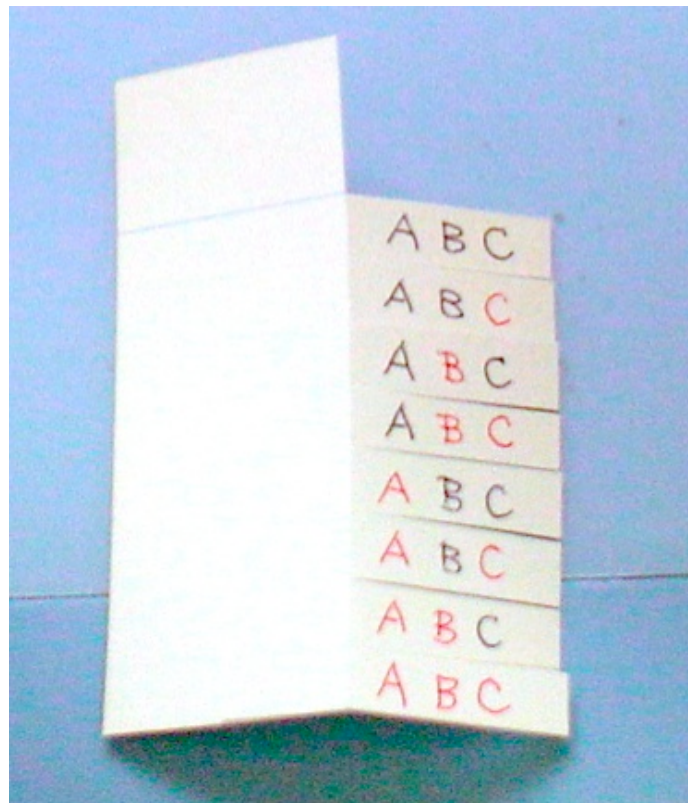
(6) 可能性を排除していく「論理尺」

以上、七つの図で「ならば」のエッセンスを解説しましたが、このような図は、直観的にわかりやすいという長所はあるものの、スペースを取りすぎて紙がもったいないという短所があります。そこで、小さな紙切れ一つですべての可能性を表し、かつ情報入力によって可能性を排除できる、そして繰り返し使える

という便利な道具を作りましょう。制作に必要な材料は次の通り。

- ①小さなカード用紙 一枚
- ②赤と黒のボールペン
- ③ハサミ
- ④直線を引くための定規

出来上がりは次の写真のようになります。わたしがつけた名前は、「論理尺」です。作り方は授業で説明します。



ここに至って、皆さんはヴェン図形で何が本質的だったのか、見えてきたと思います。丸とか四角とか、図形をきれいに描くとかどうか、そんなことは、本質が見えてくれればどうでもよくなります（本質を見えやすくするための手段としては意義があります）。論理的センスが鋭いということは、どうでもよい枝葉を取り除いて、物事の本質を見抜く力に不可欠です。ヴェン図形の本質、それは、すべての可能性を八つの可能性にきれいに切り分けるということだし

た。論理尺は、八つの可能性を折り込み部分にそれぞれ書き込んだ、というだけの簡単な道具です。ただし、可能性を書いていくときに、きれいな規則性があることに注意してください。最初の四枚、Aはすべて黒字です。Bは黒二回、赤二回ずつの繰り返し、Cは交互に黒と赤となります。これは、二分法を三回連続で適用（右端のCから）することから生まれた秩序、美しいパターンです。

さて、このケチくさい道具が、論理的センスを磨くために絶大な効果を発揮するはずですが、これ一つあれば、難しげな「アリストテレスの三段論法」さえ、三十分もあればマスターできてしまうのです。しかし、ここでは、もっと簡単な、「消去による推理」をやってみましょう。これは、ご存知シャーロック・ホームズの得意技の一つです。

（7）情報入力により可能性を消す

まず、ショーもない、易しい例から始めましょう。①Aを論理尺に入力します。情報の本質は何でした？そう、「Aでない」可能性が全部消去されてしまうのです。

次に、②「BまたはC」を入力します。この「または」は、二者択一ではなく、両方成り立つ場合も含むものとします。ということは、これが排除する可能性は、「Bでもない、Cでもない」（赤いBCを含む可能性すべて）ですね。ここは、いわば「暗算」で補います。情報が否定するものをさっと読みとる、ということです。そして、このような暗算が自動的にできるようになると「論理的センス」が改善されていきます。

そこで、論理尺に残った可能性を見ます。ABC、ABC、ABCの三つしか残っていませんね。「これで結論が得られた！」と喜ぶのはまだ早い！これらの可能性は、互いに重ならない情報のアトムですから、いずれかが成り立つことは言えても、残ったものの全部が成り立つわけではないのです。そこで、先ほど説明した、排他的でない「または」の出番となります。

ABC、またはABC、またはABC

これが、現段階で読み取れる結論です。三つの可能性全部に共通に含まれてい

る条件は、確実に成り立ちます。例えば、Aは確実に成り立ちます。「BまたはC」も確実ですが、これらは当たり前であって面白くありません。①②を繰り返した只是因为です。

何か目新しい情報はありますか？「AならばB」は言えるでしょうか？この読み取りの時には暗算が必要となってきます。この条件文をウソにする可能性が残っていれば、「AならばB」は結論できません。よく見ると、A B Cが残っているので、結論できないのです。では、「BならばA」はどうでしょうか？これを排除するA Bを含む可能性はどこにもないので、「BならばA」と結論してよいのです！

(8) 「ならば」を入力する

そこで、今度は「AならばB」を入力してみましょう。論理尺のピラピラ（折り込み部分のこと）にCという余分なものがついていても気にすることはありません。ならばのエッセンスを理解した人なら、迷わずA Bを含むピラピラを折り曲げて隠してください。赤いAが残っている、と気になる人は、次のように考えればよいのです。こいつらは、「AならばB」をウソにする可能性をまったく持っていないので消去されずに残っているのだ、と。

これで、A、B、C三つの文章を含む推論を扱えるようになりました。例えば、次のような情報が与えられたとします。

- ① BならばC （貧乏人は仕事を望む）
- ② AならばCでない（明石さんは仕事を望まない）

さて、どんな結論が出るでしょう？カシコイ人はすぐに結論が出るかもしれませんが、しかし、ハテナ？と迷う人は論理尺を使いましょう。①でB Cが消え、②でA Cが消えますので、A B C、A B C、A B C、A B Cの四つの可能性し

か残りません。Aに着目するなら、赤いAは無関係ですから、可能性は一つ、A B Cだけです。つまり、

③ AはBでない（明石さんは貧乏人でない）

という結論が出ます。では、Cに着目すれば？どれもAでないのですから、

④ CはAでない（仕事を望む人は「誰であれ」明石さんではない）

という結論も出せます。③を結論した人は普通ですが、④までひらめいた人は、論理的センスのいい人です。しかし、論理尺があれば、誰でもそのレベルに達することができます。しかも、さらにその上があるのです。

①②の前提から出てくる最強の結論を述べよ、と問題を出すと、法科大学院の大半の学生は困ってしまって、スカタンな答えを書くのではないのでしょうか？あるいは、弁護士風に、「最強の結論という意味がわかりませ〜ん」、とイチャモンをつけてくるかもしれません。

アホか、「最強」の意味は、これまで解説したことをホンマに理解しとったら、おのずとわかるんじゃ、ボケ！

と、わたしならそう答えるでしょう。ズバリ、答えは、

⑤ A B C、または A B C、または A B C、または A B C

となって、要するに残ったピラピラを全部「または」でつなげばいいのです。消去されなかった情報のアトムをすべて示す、これが最強の結論です。これより詳しい情報はあり得ません。

（9）先人たちの知恵

以上に紹介した論理尺の原理は、19世紀イギリスの論理学者たち、ジョージ・

ブール (1815-1864)、オーガスティン・デ・モーガン (1806-1871)、ウィリアム・スタンリー・ジェヴォンズ (1835-1882) という人たちの発見と工夫によるものです。今から 150 年ほど前には、世界で最先端の知識だったのです。彼らの時代になって初めて、古代ギリシアのアリストテレスの論理学が乗り越えられたのでした。

まあ、今日はこれくらいで勘弁してあげましょうか？吹けば飛ぶような論理尺、一枚あればあなたもホームズ！